

混沌信号的自适应阈值同步挤压小波变换消噪

王文波¹, 晋云雨¹, 王 斌², 李维刚², 汪祥莉³

(1. 武汉科技大学信息与计算科学系, 湖北武汉 430065; 2. 武汉科技大学信息科学与工程学院, 湖北武汉 430081;
3. 武汉理工大学计算机科学与技术学院, 湖北武汉 430063)

摘 要: 针对同步挤压小波变换(SST)消噪过程中仅使用单一阈值的不足,对 SST 消噪时的幅度阈值进行了改进,提出了一种基于 SST 分层阈值的混沌信号消噪方法. 首先,根据信号和噪声经 SST 分解后系数的分布模型,推导 SST 混沌去噪时幅度阈值权系数的均方误差计算公式;进而,根据均方误差最小准则,计算幅度阈值权系数的最优取值;最后,根据最优阈值权系数和噪声标准差,确定 SST 混沌去噪时的分层阈值. 利用模拟混沌信号和实测月太阳黑子信号对所提方法进行了实验分析,实验结果表明,本文方法可较好地滤除混沌信号中的噪声,同时原始信号的内在混沌特性也能得到较大程度的恢复. 与小波阈值法和集合经验模态分解(EEMD)消噪法相比,可获得更好的消噪效果.

关键词: 同步挤压小波变换; 消噪; 混沌信号; 分层阈值

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2018)07-1652-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.016

Chaotic Signal De-noising Based on Adaptive Threshold Synchronosqueezed Wavelet Transform

WANG Wen-bo¹, JIN Yun-yu¹, WANG Bin², LI Wei-gang², WANG Xiang-li³

(1. School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430065, China;

2. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China;

3. School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430063, China)

Abstract: For the lack of the single threshold denoising method of synchronosqueezed wavelet transform(SST), an improved denoising method for chaotic signal is proposed based on SST hierarchical threshold. Firstly, according to the distribution models of SST decomposition coefficients of the signal and the noise, the formula of mean square error of SST chaotic signal denoising is derived, which contains the threshold coefficients of amplitude. Then, the optimal threshold coefficients of amplitude is calculated based on the minimum mean square error criterion. Finally, the optimal hierarchical thresholds of SST chaotic denoising is determined according to the optimal threshold coefficients and the standard deviation of the noise. In the experiments, the denoising performance of the proposed method is tested by using the simulated chaotic signals and the measured monthly sunspot signals. The experimental results show that the proposed method can filter the noise of chaotic signal better, and the chaotic properties of the originals can be largely recovered. The proposed method can obtain better performance in the chaotic signal denoising than the classical wavelet transform threshold method and the EEMD denoising method.

Key words: synchronosqueezed wavelet transform; de-noising; chaotic signal; hierarchical threshold

1 引言

混沌作为非线性科学的重要组成部分在科学和工程领域都得到了广泛研究,混沌理论已经在电子、气象、

水文以及保密通信等领域得到了广泛的应用^[1,2]. 但由于测量仪器精度和环境干扰等因素的影响,实际观测的混沌信号一般都会受到不同程度的噪声污染^[3],噪声的产生使混沌吸引子本身的内在特性被破坏,给 Lyapunov

收稿日期:2017-03-09;修回日期:2017-11-19;责任编辑:李勇锋

基金项目:国家自然科学基金(No. 61671338, No. 61473213, No. 51774219);智能信息处理与实时工业系统湖北省重点实验室基金(No. znx2018QN04, No. znx2018QN01)

punov 指数、关联维和 Kolmogorov 熵等不变系统参数的计算带来了极大困难^[4]. 因此,对混沌信号进行噪声抑制是混沌信号后继处理和应用的的前提. 混沌信号具有较宽的功率谱,其频谱特性与噪声的频谱特性类似,传统的噪声抑制方法如 Winer 滤波、谱分析等对混沌信号并不适用,难以取得较好的降噪效果^[5]. 因此,寻找适合混沌信号的降噪方法是非常有意义的.

当前,混沌信号的去噪方法得到的广泛的研究^[5-9],其中基于时频分析的小波阈值去噪法^[7]和经验模态 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 阈值去噪法^[8]由于计算简单、且去噪效果较好而得到了广泛的应用. 该方法利用混沌流信号所具有的低频性质,从信号和噪声的频谱特性入手,根据混沌信号和噪声信号频谱特性的不同,在尽可能保留非周期性的前提下进行低通滤波,实现混沌信号的消噪. 但在小波阈值降噪和 EMD 阈值降噪中,仅考虑混沌信号被分解后的系数的幅值. 实验结果表明^[8,9],仅考虑系数幅值不可避免的使得部分幅值较小的有用信号系数被删除,而部分幅值较大的噪声系数被保留,影响了混沌降噪的效果.

同步挤压小波变换 (Synchrosqueezed Wavelet Transform, SST)^[10]通过对连续小波变换时频图在频率方向的挤压,可得到更高精度的时频曲线,有效改善了非线性复杂信号时频分析时的频谱混叠现象^[11]. SST 对噪声也具有较好的鲁棒性,当信号被强噪声污染时, SST 仍可获得清晰的时频曲线和基本不变的分解结果^[12].

SST 已被广泛应用于非线性信号的去噪^[13-16],刘晗^[13]等将同步挤压小波变换应用到地震信号的面波去除中; Mousavi^[14]等利用同步挤压小波变换对微地震信号进行消噪并检测微地震的起始时间; Ahrabian^[15]等将同步挤压变换应用于多路传感器中多元采集信号的消噪,并通过实验证明了算法的有效性; Montejo^[16]等利用同步挤压小波变换分析含噪信号的频率和阻尼比,取得了较好的效果. 由于同步挤压小波变换去噪同时利用了信号的频率和幅值信息,因此获得了比小波和 EMD 更好的去噪效果. 但现有的 SST 去噪算法中采用的都是单一阈值,然而含噪信号经 SST 分解后,不同层的 SST 系数中所含的噪声强度并不相同,因此采用单一阈值进行去噪并不合适. 本文在现有 SST 去噪算法的基础上,将 SST 应用于混沌信号的噪声抑制中,并根据含噪混沌信号经 SST 的分解后的分布模型,分别计算各层 SST 系数的去噪阈值,提出一种基于 SST 分层阈值的混沌信号去噪方法.

2 同步挤压小波变换

假设含噪非线性多分量信号 $f(t)$ 为

$$f(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \cos[2\pi\phi_k(t)] + n(t) \quad (1)$$

其中 $A_k(t)$ 表示信号幅值, $\phi_k(t)$ 表示信号相位, $n(t)$ 表示高斯白噪声. SST 可克服噪声的影响,精确重构分量信号^[10,11]. SST 的主要结论如下:

结论 1^[10] 非线性多分量信号 $f(t)$ 经小波函数 $\psi(t)$ 进行连续小波变换后,对小波系数 $W_f(a, b)$ 进行阈值为 γ , 精度为 δ 的同步挤压的结果为

$$S_{f,\gamma}^\delta(b, \omega) = \int_{A_{\gamma,\delta}(b)} W_f(a, b) \frac{1}{\delta} h\left(\frac{\omega - \omega_f(a, b)}{\delta}\right) a^{-3/2} da \quad (2)$$

式中 $W_f(a, b)$ 表示 $f(t)$ 的小波变换, $\omega_f(a, b)$ 表示信号的瞬时频率, 参数 a 表示小波变换时的尺度因子, 参数 b 表示小波变换时的平移因子.

结论 2^[10] 当 ε 充分小时,可实现分量 $f_k(t)$ 的完全重构,即对 $k \in \{1, \dots, K\}$, 令

$$\tilde{f}_k(b) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(R_\psi^{-1} \int_{|\omega(a, b) - \phi'_k(b)| < \varepsilon} S_{f,\gamma}^\delta(b, \omega) d\omega \right)$$

则存在着一个常数 C , 使得对于 $\forall b \in R$, 都有

$$|\tilde{f}_k(b) - A_k(b) \cos[2\pi\phi_k(b)]| \leq C\varepsilon \quad (3)$$

其中 $\phi'_k(t) = d\phi_k(t)/dt$, $R_\psi = \int_0^\infty \Psi(\xi) \frac{d\xi}{\xi}$, $\Psi(\xi)$ 表示小波函数 $\psi(t)$ 的傅里叶变换.

对于含噪多分量信号 $f(t)$, 由式(3)可知,分量信号 $f_k(t)$ 可被完全重构,因此可通过下式实现 SST 对信号的降噪:

$$\begin{cases} \tilde{f}_k(t) = R_\psi^{-1} \int_{|W_f(a, t)| > \gamma, |\omega(a, t) - \phi'_k(t)| < \varepsilon} a^{-\frac{3}{2}} W_f(a, t) da \\ \tilde{f}(t) = \sum_{k=1}^K \tilde{f}_k(t) \end{cases} \quad (4)$$

从式(4)可以看出, SST 在消噪过程中,即考虑了信号的幅值信息 ($|W_f(a, t)| > \gamma$), 又考虑了信号与主频率曲线 $\phi'_k(t)$ 间的相对关系 ($|\omega(a, t) - \phi'_k(t)| < \varepsilon$).

3 SST 分层阈值混沌信号消噪

3.1 SST 分层消噪阈值的计算

设含噪混沌信号为 $y(t) = f(t) + n(t)$, 其中 $f(t)$ 表示混沌信号, $n(t)$ 表示噪声. 设 SST 分解中小波变换所用的尺度为 $a = \{a(i), i = 1, 2, \dots, I\}$, 则含噪混沌信号经 SST 变换后的第 i 层系数为

$$W_y^{a(i)}(t) = W_f^{a(i)}(t) + W_n^{a(i)}(t) \quad (5)$$

现有的 SST 去噪算法中,幅值阈值 $\gamma^{a(i)}$ 的取值为全局阈值^[13-16],即对每一层 SST 系数, $\gamma^{a(i)}$ 都取相同的值. 单一阈值 SST 去噪必然影响消噪的效果,本文从去噪后信号的最小均方误差出发,构造具有一定自适应性的分

层幅值阈值 $\gamma^{a(i)} = c^{a(i)} \sigma_n, i = 1, \dots, L$. 设阈值去噪后的系数为

$$\tilde{W}_y^{a(i)}(t) = \tilde{W}_f^{a(i)}(t) + \tilde{W}_n^{a(i)}(t)$$

对混沌信号消噪的目的是使消噪后的信号尽可能的接近真实信号. 因此本文的目的就是确定合适的 $c^{a(i)}$, 使得采用分层阈值 $\gamma^{a(i)} = c^{a(i)} \sigma_n$ 消噪后的系数 $\tilde{W}_y^{a(i)}(t)$ 与真实混沌信号系数 $W_f^{a(i)}(t)$ 间的均方误差达到最小, 即 $E[\tilde{W}_y^{a(i)} - W_f^{a(i)}]^2$ 达到最小. 而

$$E[\tilde{W}_y^{a(i)} - W_f^{a(i)}]^2 = E[\tilde{W}_y^{a(i)}]^2 + E[W_f^{a(i)}]^2 - 2E[\tilde{W}_y^{a(i)} \cdot W_f^{a(i)}] + 2E[\tilde{W}_n^{a(i)} \cdot W_n^{a(i)}] \quad (6)$$

考虑到 $E[W_f^{a(i)}]^2$ 与消噪阈值参数 $c^{a(i)}$ 无关且 ε 为常数^[11], 因此均方误差函数可化简为 $e(c^{a(i)}) = 2E[\tilde{W}_n^{a(i)}]^2 - E[\tilde{W}_y^{a(i)}]^2$. 因此, 求最优幅值阈值 $\gamma^{a(i)} = c^{a(i)} \sigma_n$, 相当于求

$$\text{mine}_{c^{a(i)}}(c^{a(i)}) = 2E[\tilde{W}_n^{a(i)}]^2 - E[\tilde{W}_y^{a(i)}]^2 \quad (7)$$

为了求 $\text{mine}_{c^{a(i)}}(c^{a(i)})$, 只需计算 $E[\tilde{W}_n^{a(i)}]^2$ 即可. 由阈值消噪原理可知, 当信号系数 $\tilde{W}_f^{a(i)}(t)$ 被置零时, 噪声系数 $\tilde{W}_n^{a(i)}(t)$ 也被置零, 假设 $\tilde{W}_f^{a(i)}(t)$ 中有 k 个点被置零, 则相应的 $\tilde{W}_n^{a(i)}(t)$ 中也有 k 个点被置零, 其余的点与 $W_n^{a(i)}(t)$ 的值相同. 如果对 $\tilde{W}_n^{a(i)}(t)$ 和 $W_n^{a(i)}(t)$ 按照绝对值从小到大进行重排, 则可知 $\tilde{W}_n^{a(i)}(t)$ 的前 k 个点为 0, 而后面的 $N - k$ 与 $W_n^{a(i)}(t)$ 相同, 因此

$$E[\tilde{W}_n^{a(i)}]^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [W_n^{a(i)}(t)]^2 - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^k [W_n^{a(i)}(t)]^2$$

由于 $\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [W_n^{a(i)}(t)]^2 = \sigma_n^2$, 因此

$$E[\tilde{W}_n^{a(i)}]^2 = \sigma_n^2 - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^k [W_n^{a(i)}(t)]^2 \quad (8)$$

由文献[7,10]可知, 当含噪信号系数 $|W_y^{a(i)}(t)| < \gamma^{a(i)}$ 时, 噪声系数 $|W_n^{a(i)}(t)| < \gamma^{a(i)}$ 几乎处处成立, 因此

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^k [W_n^{a(i)}(t)]^2 \approx E[(W_n^{a(i)})^2 | |W_y^{a(i)}| < \gamma^{a(i)}] \quad (9)$$

可假设混合系数 $W_y^{a(i)}$ 近似服从 Laplace 分布^[17], 即 $W_n^{a(i)} \sim N(0, \sigma_n^2)$, $W_y^{a(i)} \sim \text{Laplace}(0, \sigma_y)$. 将其带入式(9)可得

$$E[(W_n^{a(i)})^2 | |W_y^{a(i)}| < \gamma] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n L(c)} \int_{-\gamma}^{\gamma} w^2 e^{-w^2/(2\sigma_n^2)} dw, \quad (10)$$

由式(7), (8), (9), (10)可知,

$$\text{mine}_{c^{a(i)}}(c^{a(i)}) = \min_{c^{a(i)}} \left\{ -E[\tilde{W}_y^{a(i)}]^2 + 2\left[\sigma_n^2 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n L(c^{a(i)})} \int_{-c^{a(i)}\sigma_n}^{c^{a(i)}\sigma_n} w^2 e^{-w^2/(2\sigma_n^2)} dw\right] \right\} \quad (11)$$

对于 SST 分解后的第 i 层系数, 利用式(11)计算不

同 $c^{a(i)}$ 值时 $e(c^{a(i)})$ 的值, 从而确定 $e(c^{a(i)})$ 达到最小时阈值参数 $c^{a(i)}$ 的值. 本文中, $c^{a(i)}$ 的取值范围设定为 $c^{a(i)} \in [1.5, 6.5]$, 按照 0.01 的步长依次取值.

3.2 基于 SST 分层阈值的混沌信号消噪

在计算出 SST 每层系数的最佳阈值参数 $c^{a(i)}$ 后, 即可求出分层阈值 $\gamma^{a(i)} = c^{a(i)} \sigma_n$, 进而通过式(4)实现混沌信号的消噪. 假设含噪混沌信号 $y(t)$ 的长度 $n = 2^{L+1}$, 采样间隔为 Δt , 则基于 SST 分层阈值消噪的主要步骤如下:

(1) 取 $n_j = 32$, 分解尺度 $a_j = 2^{j/n} \Delta t$ ($j = 1, 2, \dots, Ln_j$), 对 $y(t)$ 进行连续小波变换, 然后对连续小波变换系数进行同步挤压, 得到 SST 系数 $W_y^{a(i)}(t), i = 1, 2, \dots, L$;

(2) 利用式 $\sigma_n = \text{median}\{W_y^{a(1)}(t)\} / 0.6745$ 估计噪声标准差 σ_n ^[11], 其中 $\text{median}\{\}$ 表示取中值, $W_y^{a(1)}(t)$ 表示第 1 层同步挤压系数;

(3) 对 SST 第 i 层系数 $W_y^{a(i)}(t)$, 按固定步长对 $c^{a(i)}$ 逐步取值, 通过式(11)计算均方误差的最小值, 确定 $c^{a(i)}$ 的最优值;

(4) 计算分层阈值 $\gamma^{a(i)} = c^{a(i)} \sigma_n$, 实现第 i 层 SST 系数的消噪;

(5) 利用式(4)对去噪后的各层系数进行重构, 得到消噪后的混沌信号 $\tilde{y}(t)$.

4 仿真实验及分析

为了比较本文提出的 SST 分层阈值消噪方法的性能, 分别采用模拟混沌信号和实测月太阳黑子信号进行实验分析. 实验中, 采用小波阈值法^[7]、集合经验模态分解 (Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD) 消噪法^[9] 以及本文方法分别对混沌信号进行消噪分析. 选择 Morlet 小波作为连续小波变换的小波基, SST 程序来自文献[10] (<https://web.math.princeton.edu/ebrevdo/synsq/>), 频率阈值采用文献[10]中的默认值.

对于模拟混沌信号, 本文主要从以下两个方面对消噪效果进行评价: ①消噪后信号的相图和波形图; ②消噪后信号的信噪比 (SNR) 和均方误差 (MSE). 对于实测月太阳黑子序列, 由于无法获取不含噪声的原始信号, 因此本文从以下两个方面对消噪效果进行评价: ①消噪后信号的二维相空间对比图; ②递归图, 为了通过递归图定量分析去噪效果, 给出递归图定量分析指标如下^[18]: ①递归率 RR; ②确定性 DET; ③最长对角线长度 L_{\max} ; ④递归趋势 RT.

4.1 模拟混沌信号消噪

Duffing 混沌信号可由如下系统方程产生

$$x'' + cx' - f_0^2 x + dx^3 = P \cos(ft)$$

其中 f_0 表示系统固有圆频率, c 表示系统阻尼, d 表示线

性参数, P 与 f 分别表示外激励幅值和频率. 采用四阶龙格-库塔方法对方程求解, 各参数取值分别为: $c = 0.05$, $f_0^2 = 0.2$, $d = 1$, $f = 2$, $P = 10$. 对实验数据分别加入信噪比为 -5dB , 0dB , 5dB , 10dB , 15dB , 20dB 的高斯白噪声, 采用小波阈值法、EEMD 消噪法和本文提出的 SST 分层阈值方法依次对混沌信号进行消噪, 取 30 次消噪结果的均值作为最终实验结果.

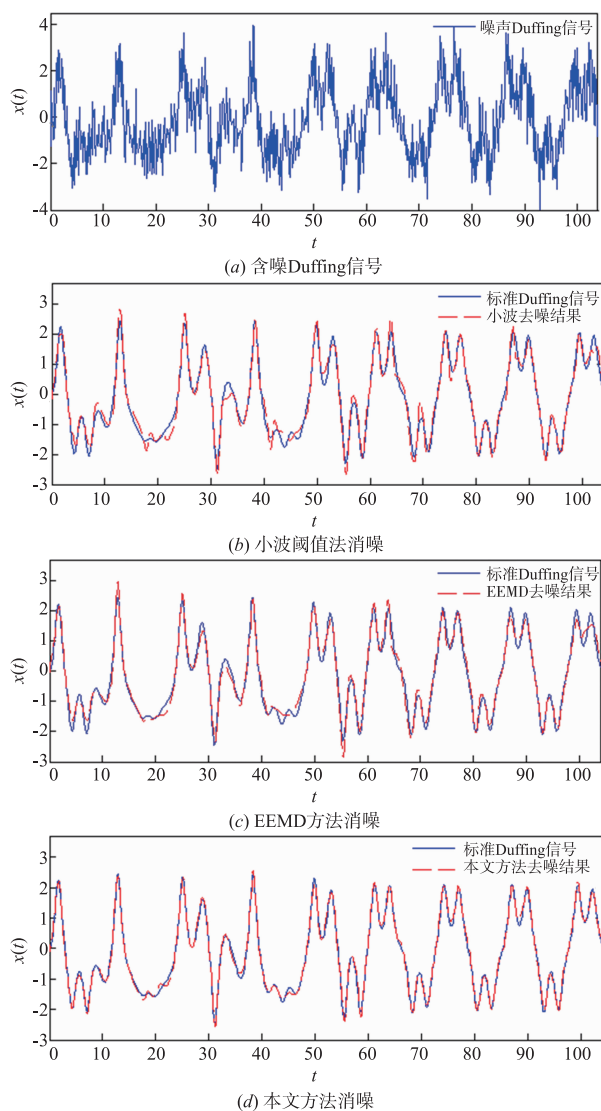


图1 三种方法消噪后的波形图

图 1(b) ~ (d) 分别给出了输入信噪比 $\text{SNR} = 5\text{dB}$ 时三种方法消噪后的波形图, 可以看出: 在波形振荡较快的部分和极值点部分, 小波去噪和 EEMD 去噪后的信号与标准信号存在较大的偏差 (如图 1(b) 和 (c) 中圆形内的部分); 从图 1(d) 可以看出, 本文方法消噪后的信号与标准波形间具有更好的吻合度, 对于振荡较快的部分以及极值点部分, 本文方法消噪后的误差程度明显减小 (如图 1(d) 中圆形内的部分). 三种方法消噪

后的 SNR 和 MSE 如表 1 所示, 可以看出: 本文方法消噪后的 SNR 和 RMSE 均有较好的改善, 与小波阈值法相比, SNR 提高了约 6.7738, MSE 降低了约 0.2317; 与 EEMD 消噪法相比, SNR 提高了约 4.6088, MSE 降低了约 0.1993.

表 1 不同噪声强度混沌信号去噪后的 SNR (dB) 和 RMSE

输入 SNR	小波去噪 SNR/RMSE	EEMD 去噪 SNR/RMSE	本文方法去噪 SNR/RMSE
-5	7.9846/0.8126	8.86997/0.7552	13.8229/0.4913
0	9.6105/0.6883	11.3827/0.5976	16.2362/0.3176
5	13.3486/0.5335	15.1612/0.4825	20.1809/0.2125
10	17.0550/0.4870	19.6562/0.3638	25.9117/0.1838
15	20.9114/0.3296	23.8719/0.3162	27.7002/0.1266
20	25.7420/0.2146	28.7002/0.1728	31.4432/0.0406

为了混沌特性出发观察不同算法的去噪效果, 图 2 给出了输入信噪比为 5dB 时三种方法消噪后的混沌吸引子相图, 其中图 2(a) 是含噪混沌数据相图, 图 2(b) ~ (d) 分别是小波阈值法、EEMD 去噪法和本文方法消噪后的相图. 由图 2 可知, 小波阈值消噪和 EEMD 消噪后信号的混沌吸引子相图与原始 Duffing 信号吸引子相图的相似性较低, 相图轨迹不规则且不够光滑; 本文方法消噪后信号的吸引子相图轨迹更加光滑、规则, 与原始 Duffing 信号吸引子相图的相似度更高. 由于混沌吸引子结构主要被噪声干扰, 故图 2 表明本文提出的分层阈值 SST 方法消噪后能更好地保留 Duffing 混沌信号的混沌吸引子结构.

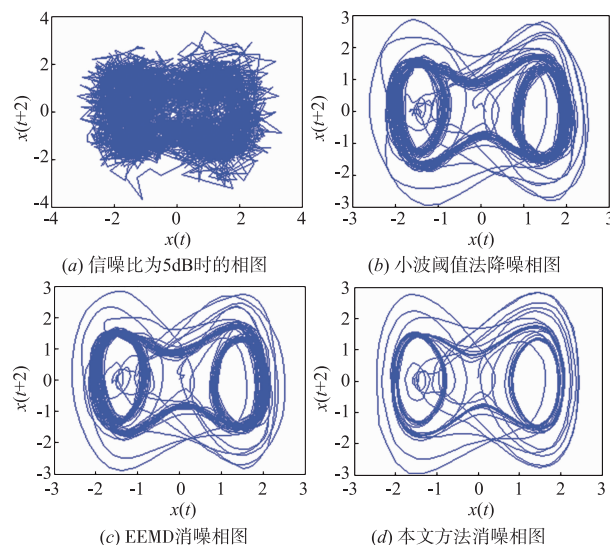


图2 含噪Duffing信号降噪前后的二维相图

4.2 实测月太阳黑子序列消噪

消除噪声是太阳黑子序列后继处理的基础. 选择美国航空航天局提供的 1749 年 1 月至 2015 年 12 月的

太阳黑子序列作为实验数据 (<http://solarscience.msfc.nasa.gov/green-wch.shtml>). 分别采用小波阈值法、EEMD 方法和本文方法对实验数据进行消噪处理,消噪前后太阳黑子序列的混沌吸引子相图如图 3 所示. 由图 3(a)可知,由于噪声的干扰,实测月太阳黑子信号的混沌吸引子相图非常杂乱,相图空间中的吸引子轨迹不光滑且没有规则的几何结构. 由图 3(b)、3(c)和 3(d)可知,与小波方法和 EEMD 方法相比,本文方法消噪后信号的混沌吸引子轨迹更清晰更有规则性,能更好地呈现混沌吸引子的几何结构,表明本文方法在滤除混沌信号中的噪声的同时没有过多损失序列内在的确定性成分,取得了更好的消噪效果.

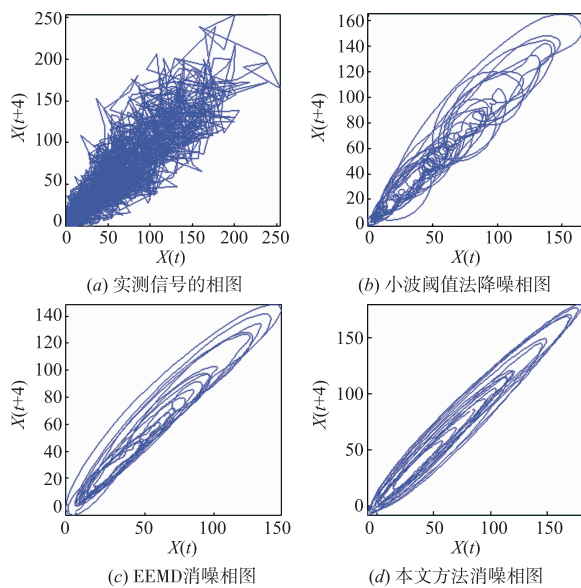


图3 月太阳黑子信号降噪前后的二维相图

为了分析消噪后月太阳黑子序列的递归图,选择嵌入维数 $m=5$,延迟时间 $\tau=1$,临界距离 $r=5$,表 2 给出了递归图的定量指标分析. 从表 2 可以看出:本文方法消噪后递归度 RR、递归图确定性 DET、最长对角线长度 Lmax 和递归趋势 RT 与小波和 EEMD 方法相比,均有较好的提高,表明本文方法消噪后混沌信号递归图的确定性更强,递归度更高,递归趋势也更明显. 由以上实验结果可知,对于实测月太阳黑子序列,本文方法也可较好地进行去噪,与小波阈值法和 EEMD 消噪法相比,消噪效果有一定程度的提高.

表 2 太阳黑子递归图的定量分析比较

	RR	DET	Lmax	RT
实测太阳黑子序列	0.0067	0.9525	18	0.0012
小波阈值法	0.0488	0.9753	202	0.0327
EEMD 方法	0.0509	0.9811	217	0.0334
本文方法	0.0547	0.9906	231	0.0349

5 结论

本文利用同步挤压小波变换算法对混沌信号去噪进行了研究,在最小均方误差的基础上,提出了一种基于 SST 分层阈值的混沌信号消噪方法,对传统的 SST 单一阈值法进行了改进,根据最小均方误差计算 SST 混沌消噪时的最优分层阈值. 利用模拟混沌信号和实测月太阳黑子信号分别进行了消噪实验,并与小波阈值法和 EEMD 阈值法进行了对比. 实验结果表明,本文方法能够有效地滤除混沌

信号中的噪声,消噪后信号的相图可以较清晰的恢复出混沌信号吸引子内在的拓扑结构. 但本文仅考虑了 SST 去噪时的幅值分层阈值,对于去噪时的频率阈值,仍采用传统的单一阈值,没有进行频率分层阈值的计算. 如何准确估计每一层 SST 系数中的频率阈值,构造精确的分层频率阈值,是需要进一步改进的地方.

参考文献

- [1] Aghababa M P. Chaos in a fractional-order micro-electromechanical resonator and its suppression[J]. Chinese Physics B, 2012, 21(10): 100505.
- [2] Wang Xing-yuan, Liu Lin-tao. Cryptanalysis and improvement of a digital image encryption method with chaotic map lattices[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(5): 050503.
- [3] Qu J L, Wang X F, Qiao Y C, Gao F, Di Y Z. An improved local weighted linear prediction model for chaotic time series[J]. Chinese Physics Letter, 2014, 31(2): 020503.
- [4] Urbanowicz K, Holyst J A. Noise reduction in chaotic time series by a local projection with nonlinear constraints[J]. Acta Physica Polonica B, 2004, 35(9): 2175-2179.
- [5] 李广明, 吕善翔. 混沌信号的压缩感知去噪[J]. 物理学报, 2015, 64(16): 160502.
Li Guangming, Lv Shanxiang. Chaotic signal denoising in a compressed sensing perspective[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(16): 160502. (in Chinese)
- [6] Han M, Liu Y H, Xi J H, Guo W. Noise smoothing for nonlinear time series using wavelet soft threshold[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2007, 14(1): 62-65.
- [7] Gao J B, Sultan H, Hu J, Tung W W. Denoising nonlinear time series by adaptive filtering and wavelet shrinkage: A comparison[J]. IEEE Signal Process Lett, 2010, 17: 237-240.
- [8] 王小飞, 曲建岭, 高峰, 等. 基于噪声辅助非均匀采样复数据经验模态分解的混沌信号降噪[J]. 物理学报, 2014, 63(17): 170203.
Wang Xiaofei, Qu Jianling, Gao Feng, et al. A chaotic signal denoising method developed on the basis of noise-assisted nonuniformly sampled bivariate empirical mode decom-

- position[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(17):170203. (in Chinese)
- [9] Wei X L, Lin R L, Liu S Y, Zhang C H. Hybrid wavelet-SG-EEMD algorithm and its application in chaotic de-noising[J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2015, 34(17):100 – 104.
- [10] Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed wavelet transforms; an empirical mode decomposition-like tool [J]. *Appl Comput Harmon Anal*, 2011, 30:243 – 261
- [11] Sylvain M, Thomas O, Stephen M. A new algorithm for multicomponent signals analysis based on synchrosqueezing; with an application to signal sampling and denoising [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2012, 60(11): 5787 – 5798.
- [12] Iatsenko D, Mcclintock P V E, stefanovska A. Extraction of instantaneous frequencies from ridges in time-frequency representations of signals[J]. *Signal Processing*, 2016, 125(14):290 – 303.
- [13] 刘晗, 张建中, 黄忠来. 应用同步挤压小波变换去除面波 [J]. *石油地球物理勘探*, 2016, 51(1):71 – 79.
Liu Han, Zhang Jianzhong, Huang Zhonglai. Surface wave removal with synchrosqueezing wavelet transform [J]. *OGP*, 2016, 51(1):71 – 79. (in Chinese)
- [14] Mousavi S M, Langston C A, Horton S P. Automatic microseismic denoising and onset detection using the synchrosqueezed continuous wavelet transform[J]. *Geophysics*, 2016, 81(4):341 – 356.
- [15] A Ahrabian, D Mandic. A class of multivariate denoising algorithms based on synchrosqueezing[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2015, 63(19):2196 – 2208.
- [16] L A Montejo, A L Vidot-Vega, LA Montejo, A L Vidot-Vega. An empirical relationship between Fourier and response spectra using spectrum-compatible times series [J]. *Earthquake Spectra*, 2017, 33(1):179 – 199.
- [17] 张志刚, 周晓军, 宫燃, 等. 小波域局部 Laplace 模型降噪算法及其在机械故障诊断中应用[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(9):52 – 57.
Zhang Zhigang, Zhou Xiaojun, Gong Ran, et al. Denoising algorithm based on local Laplace model in wavelet domain and its application in mechanical fault diagnosis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(9):52 – 57. (in Chinese)
- [18] Marwan N, Kurths J, Saperin P. Generalised recurrence plot analysis for spatial data[J]. *Physics Letters A*, 2007, 360(4 – 5):545 – 551.

作者简介



王文波 男. 1978 年 5 月出生, 湖北襄阳人. 武汉科技大学信息与计算科学系教授、硕士生导师. 主要研究方向为多尺度分析及应用.
E-mail: wwb0178@yahoo.com.cn



晋云雨 男. 1993 年 11 月出生, 四川简阳人. 武汉科技大学理学院统计学硕士研究生. 主要研究方向为数据分析及信号处理.
E-mail: 1337146954@qq.com